

一类推理控制系统的闭环分析

张 宁 王钦若 张振昭

广东工业大学电气工程及自动化系, 广州, 510090

**摘要** 通过对在一个新的性能指标下一类推理控制系统的闭环分析, 从结构上阐明了该类推理控制系统控制器的可实现性以及由模型失配所带来的鲁棒稳定性问题, 分析了可调参数  $Q$  与增益失配系数  $\mu$  的选择对闭环系统鲁棒性的影响, 并给出了该闭环系统的增益失配界。

**关键词** 推理控制; 鲁棒稳定; 增益失配

**中图资料法分类号** TP 273.1

推理控制(IC)是美国 Brosilow 和 Tong 等人<sup>[1]</sup>于 1978 年提出来的, 它根据过程输出的要求, 在建立数学模型的基础上, 通过数学推导, 导出控制系统所应具有的结构形式<sup>[2]</sup>. 本文基于一种新的优化性能指标设计出该类 IC 系统的的控制器, 并对具有该控制器结构的 IC 系统进行了闭环分析, 从结构上阐述了由于模型失配而引起的鲁棒性问题, 得出 3 个结论, 并给出了该闭环系统的增益失配界。

1 控制器设计

推理控制系统的结构图 1.

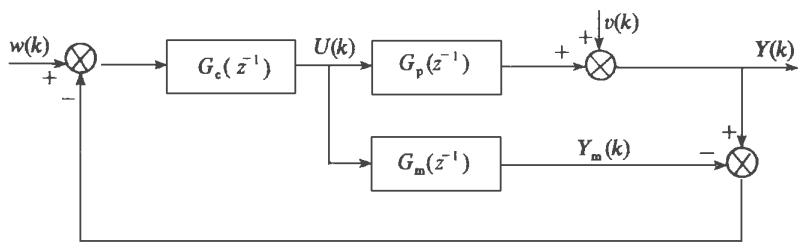


图 1 推理控制系统结构图

其中:  $w(k)$ ,  $Y(k)$ :分别为系统的输入与输出。  
 $U(k)$ ,  $v(k)$ 和  $Y_m(k)$ :分别为控制器输出, 扰动输入与对象数学模型输出。  
 $G_c(z)$ ,  $G_m(z)$ ,  $G_p(z)$ :分别为控制器、模型与实际对象的传递函数。

由图 1 得到

$$Y(k) = U(k) G_p(z^{-1}) + v(k), \tag{1}$$

$$Y_m(k) = U(k) G_m(z^{-1}). \tag{2}$$

取性能指标<sup>[3]</sup>:

$$J = \sum_{k=0}^{\infty} [Qe(k) + e(k+1) - e(k)]^2,$$

式中  $Q$  为可调系数, 此时, 定义:

$$e(k) = Y(k) - w(k)$$

并考虑使  $J$  为  $\min$ , 则应有:

$$e(k+1) = (1-Q)e(k) \quad (3)$$

我们假设  $v(t)$  为一缓慢变化的扰动. 将式(1)、式(2)代入式(3), 并注意到:

$$v(k+1) = v(k), w(k+1) = w(k),$$

于是可得

$$U(z)(z+Q-1)G_p(z^{-1}) = Q[w(z) - v(z)].$$

由图 1 所示, 可以得到  $v(k)$  的估计值  $= Y(z) - Y_m(z)$ , 代入上式有

$$G_c(z^{-1}) = \frac{U(z)}{w(z) - v(z)} = \frac{QG_p^{-1}(z^{-1})}{z + Q - 1}. \quad (4)$$

于是, 我们得到了控制器传递函数的简化形式, 但由于  $G_p(z^{-1})$  无法获得, 即便得到如果  $G_p(z^{-1})$  为非最小相位, 因其有单位圆以外的零点, 按式(4)得到的控制器  $G_c(z^{-1})$  将是不稳定的, 即属于物理不可实现的.

一般我们所设计的数学模型  $G_m(z^{-1})$  总是稳定的, 所以可以用数学模型  $G_m(z^{-1})$  来替代无法获得的  $G_p(z^{-1})$ , 也即:

$$G_c(z^{-1}) = \frac{QG_m^{-1}(z^{-1})}{z + Q - 1} \quad (5)$$

注意到, 当  $0 < Q < 2$  时, 得到  $G_c(z^{-1})$  是稳定的, 于是, 获得了在物理上可以实现的推理控制器, 见式(4).

### 3 开环稳定性及闭环鲁棒性分析

根据图 1 所示, 容易得出推理控制(IC)闭环的传递关系:

$$Y(z) = \frac{G_c(z^{-1})G_p(z^{-1})}{1 + G_c(z^{-1})[G_p(z^{-1}) - G_m(z^{-1})]} w(z) + \frac{1 - G_c(z^{-1})G_m(z^{-1})}{1 + G_c(z^{-1})[G_p(z^{-1}) - G_m(z^{-1})]} v(z) \quad (6)$$

当模型与对象完全吻合时, 即  $G_p(z^{-1}) = G_m(z^{-1})$ , 且  $v(z) = 0$  时的稳定性分析实际上只涉及到推理控制结构中的开环(前向通道)稳定性. 即:

$$F_0 = G_c(z^{-1})G_p(z^{-1})$$

的稳定性.

**结论 1** 该类推理控制结构在满足  $0 < Q < 2$  时, 系统稳定的条件只与被控对象的稳定性有关.

事实上, 由式(5)得到的控制器是稳定的, 所以, 上式中  $F_0$  只与  $G_p(z^{-1})$  有关.

但在一般的工业环境下, 模型与对象之间总是不可避免的存在着失配, 此时系统的稳定性, 也称作鲁棒稳定性.

定义:

$$G_p(z^{-1}) = (1 + \mu) G_m(z^{-1}), \quad (7)$$

其中,  $\mu$  为增益失配系数,  $(1 + \mu)$  定义为增益失配界<sup>[4]</sup>.

将式(5)、式(7)代入式(6)得:

$$Y(z) = \frac{(1 + \mu) Q w(z) + (z - 1) v(z)}{z + Q - 1 + \mu Q}. \quad (8)$$

**结论 2** 无论模型与实际对象是否失配, 只要控制器设计满足式(5), 且闭环系统稳定, 则该类推理控制系统对于阶跃输入  $w$  及任何不可测干扰  $v$  均不存在输出静差.

证明: 对于阶跃输入  $w(z) = \frac{w_0}{1 - z^{-1}}$  ( $w_0$  为常数), 若闭环稳定, 由式(8), 并应用终值定理得:

$$\begin{aligned} \lim_{t \rightarrow \infty} y(t) &= \lim_{z \rightarrow 1} (1 - z^{-1}) Y(z) \\ &= \lim_{z \rightarrow 1} 1(1 - z^{-1}) \frac{(1 + \mu) Q}{z - 1 + (1 + \mu) Q} \frac{w_0}{1 - z^{-1}} \\ &= w_0. \quad (\text{证毕}) \end{aligned}$$

下面我们将确定增益失配界  $(1 + \mu)$  与系数  $Q$  的关系.

实际上, 由式(6)可得到系统的闭环传递函数

$$G(z^{-1}) = \frac{G_c(z^{-1}) G_p(z^{-1})}{1 + \mu G_c(z^{-1}) G_m(z^{-1})}.$$

由小增益定理<sup>[5]</sup>, 当

$$\| \mu \| \leq \left\| \frac{1}{G_c G_m} \right\| = \left\| \frac{1 + (Q - 1) z^{-1}}{z^{-1} Q} \right\|$$

时, 闭环系统稳定. 上式右边即为系统的增益失配界. 由于一般的设计参数的选取与闭环传递函数之间的关系比较复杂, 对上式做直接的分析比较困难. 所以, 需采取其它方法分析.

为使  $Y(z)$  稳定, 则必须使式(8)的特征多项式

$$P(z) = z + Q - 1 + \mu Q = 0$$

的根位于单位圆内, 也即:

$$-1 < 1 - Q - \mu Q < 1.$$

化简得:

$$0 < 1 + \mu \leq \frac{2}{Q}. \quad (9)$$

**结论 3** 当实际增益与模型增益满足式(9)时, 闭环系统稳定; 并且当  $Q$  越是接近 0, 则该类推理控制系统的鲁棒稳定域越大.

由结论 3, 一方面, 当被控对象与数学模型的差别比较大时, 可以通过取较小的  $Q$  值使控制系统获得比较理想的控制效果. 而另一方面, 若取小的  $Q$ , 我们可以允许被控对象与数学模型有比较大的增益失配, 并且, 当  $Q$  越接近 0 时, 理论上, 被控对象与数学模型的失配也可以越大, 也即系统的鲁棒稳定域越大.

以上讨论了参数增益失配界  $(1 + \mu)$  与系数  $Q$  的选取, 可以看出适当地选取参数  $(1 + \mu)$  和  $Q$ , 将会对系统鲁棒性能的提高产生很大的影响.

## 参 考 文 献

- 1 Broslow · c Tong M · Inferential Control of Process—Part II :The Structure and Dynamics of Inferential Control Systems · AICHE Journal, 1978, 24(3): 492~500
- 2 舒迪前 · 预测控制系统及其应用 · 北京:机械工业出版社, 1996. 28~29
- 3 王钦若, 蒋静坪 · 一种新的推理控制器的设计方法 · 控制与决策, 1988, (2): 39~40
- 4 张 峻, 席裕庚 · 带有噪声滤波器的 GPC 鲁棒性分析 · 控制与决策, 1997, (5): 261~263
- 5 高为炳 · 非线性控制理论导论 · 北京:科学出版社, 1988. 275

## A Close Loop Analysis of the Inferential Control System

Zhang Ning Wang Qinruo Zhang Zhenzhao

Dept. of Electric Engineering and Automation, GDUT, Guangzhou, 510090

**Abstract** A close loop of the inferential control system is analyzed under a new performance index. It states the problem of the reality of the inferential controller and the robustness of the model missed by the structure. It also analyzes the affection of the close loop robustness due to the choices of parameter  $Q$  and  $\mu$  and gives the miss-match region of this inferential control system.

**Key words** inferential control; robustness; miss-match

## 专著简介

## 《群件系统 Lotus Notes 实用开发指南》简介

由我校计算机系汤庸副教授编著的《群件系统 Lotus Notes 实用开发指南》一书于 1997 年 12 月由北京邮电出版社出版发行。

Lotus Notes 是先进的通信处理软件和群组软件,它既是应用程序开发平台(如网络操作系统),又是一个功能强大的电子邮件系统。Lotus Notes 是一个面向文档的数据库管理系统,具有强大的通信功能,可运行在多种操作系统的平台上,同时可在不同种计算机上共享数据库;也是一个可编程的多媒体数据库管理系统,它具有一套完整的开发工具,能高效地开发适应不同部门的多媒体文档数据库管理程序。

本书共 21.3 万字分九章,主要讲述了 Lotus Notes 文档数据库的建立(包括视图、窗体设计等),如何使用 Lotus Notes 进行数据的查找,如何对 Lotus Notes 中的数据与其它类型的数据之间进行交换,较为详细地介绍了 Lotus Notes 的电子邮件功能及网络通信功能。本书给出了两个用 Lotus Notes 开发的实例,最后还对 Lotus 的套件软件 SmartSuite 作了介绍。本书适合于广大从事计算机软件开发的技术人员参考,同时也可作为高校相关专业的教学参考书。

(编辑部)